View metadata, citation and similar papers at core.ac.uk

brought to you by CORE

provided by BIMASTER

Buletin Ilmiah Mat. Stat. dan Terapannya (Bimaster)
Volume 05, No. 2 (2016), hal 79-86

PENENTUAN NILAI ANUITAS JIWA SEUMUR HIDUP MENGGUNAKAN DISTRIBUSI *GOMPERTZ*

Siti Fatimah, Neva Satyahadewi, Shantika Martha

INTISARI

Anuitas adalah serangkaian pembayaran dalam jumlah tertentu dan dilakukan pada setiap selang waktu tertentu secara berkala, yaitu bulanan, kuartalan, semesteran ataupun secara tahunan. Penilaian anuitas yang dilakukan secara tahunan lebih sesuai dengan data yang disajikan dalam tabel mortalita. Penelitian ini bertujuan untuk mengkaji nilai anuitas jiwa seumur hidup dengan pembayaran tahunan menggunakan distribusi Gompertz dan memberikan contoh penerapannya. Penilaian anuitas berdasarkan distribusi Gompertz dimulai dengan menentukan usia peserta dan mengasumsikan tingkat suku bunga yang digunakan untuk menentukan faktor diskon. Selanjutnya menentukan peluang hidup dan mati seseorang serta nilai anuitas jiwa seumur hidup pembayaran tahunan. Nilai anuitas ini dipengaruhi oleh besarnya nilai parameter-parameter pada distribusi Gompertz. Parameter-parameter pada distribusi Gompertz diestimasi menggunakan metode Maximum Likelihood Estimation (MLE). Penentuan nilai anuitas jiwa seumur hidup berdasarkan distribusi Gompertz memberikan penilaian bahwa semakin tua usia seseorang maka nilai anuitasnya akan semakin kecil. Kemudian jika semakin besar tingkat suku bunga yang digunakan, maka nilai anuitasnya semakin kecil.

***Kata Kunci**: nilai anuitas, distribusi Gompertz, Newton-Raphson*

PENDAHULUAN

Salah satu upaya untuk meminimalisasi masalah finansial yang disebabkan oleh risiko kematian yaitu program asuransi jiwa. Dalam mekanisme pelaksanaan asuransi jiwa, setiap nasabah diwajibkan membayar premi sebagai bukti bahwa seseorang resmi menjadi pemegang polis pada asuransi tersebut. Rangkaian pembayaran ini dikenal dengan istilah anuitas. Anuitas adalah suatu rangkaian pembayaran dalam jumlah tertentu dan dilakukan pada setiap selang waktu tertentu secara berkala. Berdasarkan jenisnya, anuitas terbagi atas dua, yakni anuitas pasti (*certain annuity*) dan anuitas jiwa (*life annuity*). Anuitas pasti adalah suatu anuitas yang pasti dilakukan selama jangka waktu pembayaran [1]. Dengan kata lain bentuk pembayaran dari anuitas pasti ini dilakukan secara berkala dalam waktu tertentu. Kemudian pembayaran yang berkaitan dengan hidup dan matinya seseorang dinamakan anuitas jiwa [1]. Anuitas jiwa merupakan anuitas yang disertai dengan faktor kebertahanan hidup (*survival*) sehingga anuitas ini akan selalu disertai dengan faktor usia.

Berdasarkan sistem pembayarannya, anuitas terbagi atas dua yakni anuitas awal dan anuitas akhir. Pembayaran yang dilakukan setiap awal periode dinamakan anuitas awal (*due annuity*), sedangkan anuitas yang pembayarannya dilakukan setiap akhir periode dinamakan anuitas akhir (*immediate annuity*) [2]. Anuitas juga dibedakan berdasarkan jangka waktu pembayaran. Pembayaran yang dilakukan selama seseorang masih hidup dinamakan anuitas seumur hidup (*whole life annuity*). Kemudian pembayaran yang dilakukan seseorang selama jangka waktu tertentu ataupun sampai meninggal dunia dinamakan anuitas berjangka (*temporary annuity*) [3].

Rangkaian pembayaran pada anuitas jiwa seumur hidup merupakan pembayaran yang berlangsung sepanjang hidup tertanggung mencapai usia tertinggi, yaitu ω tahun dan pembayaran akan berhenti jika seseorang tersebut meninggal dunia. Pembayaran anuitas jiwa seumur hidup selain dilakukan berkali-kali dalam setahun juga dapat dilakukan secara tahunan. Interval pembayaran yang dilakukan beberapa kali dalam setahun ini lebih kecil daripada interval pembayaran yang dilakukan tahunan.

Perhitungan nilai anuitas yang dilakukan secara tahunan akan lebih sesuai dengan data yang disajikan dalam tabel mortalita.

Distribusi *Gompertz* merupakan suatu asumsi yang pada dasarnya digunakan untuk menentukan percepatan mortalita dan menentukan besarnya nilai anuitas [3]. Namun dari fungsi kepadatan peluangnya dapat juga ditentukan peluang hidup dan mati seseorang. Pada penelitian ini bertujuan untuk mengkaji nilai anuitas jiwa seumur hidup menggunakan distribusi *Gompertz*. Penelitian ini difokuskan pada anuitas jiwa awal seumur hidup dengan pembayaran tahunan untuk satu orang tertanggung. Tingkat bunga yang digunakan berdasarkan tingkat bunga Bank Indonesia dari tanggal 12 September 2013 sampai dengan 17 November 2015 sebesar 7,25%, 7,5%, 7,75% dan menggunakan Tabel Mortalita Indonesia 2011 untuk wanita. Parameter-parameter yang terdapat pada distribusi *Gompertz* di estimasi menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE).

Penelitian ini dimulai dengan menentukan usia peserta asuransi yakni x tahun, jangka waktu pembayaran sekali dalam setahun. Selanjutnya menentukan peluang hidup dan matinya tertanggung melalui tabel mortalita. Setelah diasumsikan tingkat suku bunga yang digunakan, akan ditentukan faktor diskon. Selanjutnya membentuk persamaan anuitas jiwa seumur hidup dengan distribusi *Gompertz*. Parameter-parameter pada distribusi *Gompertz* diestimasi dengan metode MLE. Setelah itu ditentukanlah nilai anuitas jiwa seumur hidup dengan distribusi *Gompertz*.

NILAI ANUITAS

Dalam perhitungan anuitas, konsep bunga sangat diperlukan karena untuk menentukan besarnya nilai anuitas awal dan nilai anuitas akhir [4]. Tingkat bunga yang digunakan dalam penelitian ini adalah tingkat bunga majemuk. Tingkat bunga majemuk adalah tingkat bunga yang dihitung berdasarkan besar pokok awal atau modal awal yang sudah ditambah dengan bunga, kemudian besar pokok yang ditambah dengan bunga tersebut dibungakan lagi. Dalam bunga majemuk terdapat suatu fungsi v yang disebut dengan faktor diskon yang dinyatakan dengan

$$v = \frac{1}{(1+i)} \tag{1}$$

Diketahui bahwa X merupakan variabel random kontinu yang menyatakan usia dari kelahiran hingga terjadinya kematian dan $F_X(x)$ merupakan fungsi distribusi dari X, maka yang berarti peluang sesorang akan meninggal sebelum mencapai usia x tahun [2]. Selanjutnya didefinisikan fungsi survival $s(x)$ sebagai suatu peluang yang menyatakan bahwa seseorang akan bertahan hidup mencapai usia x tahun, yaitu:

$$\mathrm{s}(x) = \Pr(X > x) , \qquad x \geq 0 \tag{2}$$

Sehingga diperoleh hubungan fungsi survival dengan fungsi distribusi sebagai berikut:

$$\mathrm{s}(x) = 1 - F_X(x) \tag{3}$$

Selanjutnya μ_x menyatakan percepatan mortalita dari seseorang yang berusia x tahun dinyatakan sebagai berikut [2]:

$$\mu_x = \frac{f_X(x)}{\mathrm{s}(x)} \tag{4}$$

Kemudian dari Persamaan (4) dapat ditentukan banyaknya seseorang yang berusia x tahun akan bertahan hidup t tahun kemudian dinyatakan sebagai berikut:

$${}_t p_x = e^{-\int_0^t \mu_{x+s} ds} \tag{5}$$

Selanjutnya nilai anuitas jiwa awal seumur hidup merupakan nilai anuitas yang dipengaruhi oleh faktor diskon dan peluang hidup seseorang yang berusia x tahun, yaitu:

$$\ddot{a}_x = \sum_{t=0}^{\omega-1} v^t \, {}_t p_x \tag{6}$$

Maximum Likelihood Estimation (MLE) merupakan metode statistik yang sering digunakan untuk mendapatkan estimasi parameter untuk model matematika dari n sampel. MLE adalah metode yang memaksimumkan fungsi *likelihood*.

Misalkan $x_1, x_2, \ldots, x_n$ merupakan suatu sampel acak yang saling bebas berukuran n dari suatu distribusi dengan fungsi kepadatan peluang gabungan antara $x_1, x_2, \ldots, x_n$ adalah $f(x_1, x_2, \ldots, x_n; \theta)$. Jika fungsi kepadatan peluang gabungan tersebut dinyatakan sebagai fungsi terhadap θ, maka fungsi tersebut dinamakan fungsi *likelihood* yang dinotasikan dengan $L(\theta)$ dan memiliki bentuk sebagai berikut [5]:

$$\begin{aligned} L(\theta) &= f(x_1, x_2, \ldots, x_n; \theta) \\ &= \prod_{t=1}^{n} f(x_t; \theta) \end{aligned} \tag{7}$$

Selanjutnya dicari solusi untuk θ yang memaksimumkan $L(\theta)$. Kemudian bentuk $L(\theta)$ dimodifikasi ke dalam bentuk ln, yaitu $\ln L(\theta)$. Modifikasi ini dapat dilakukan karena nilai θ yang memaksimumkan $\ln L(\theta)$ juga memaksimumkan $L(\theta)$. Bentuk Persamaan (7) menjadi

$$\begin{aligned} \ln L(\theta) &= \ln\left(\prod_{t=1}^{n} f(x_t; \theta)\right) \\ &= \sum_{t=1}^{n} \ln f(x_t; \theta) \end{aligned} \tag{8}$$

fungsi $\ln L(\theta)$ disebut sebagai fungsi *log-likelihood*. Solusi dari θ dapat diperoleh dengan menyelesaikan persamaan,

$$S(\theta) = \frac{\partial \ln L(\theta)}{\partial \theta} = 0 \tag{9}$$

Persamaan ini disebut fungsi *score* $S(\theta)$, Nilai θ yang diperoleh merupakan solusi dari $S(\theta) = 0$. Nilai ini akan memaksimumkan $\ln L(\theta)$ dan disebut sebagai taksiran maksimum *likelihood* dari θ, dinotasikan dengan $\hat{\theta}$.

Jika langkah mengestimasi parameter menggunakan metode MLE menghasilkan persamaan yang tidak *closed form*, maka untuk menyelesaikan persamaan tersebut digunakan metode Newton-Raphson. Metode Newton-Raphson adalah salah satu metode untuk mencari akar penyelesaian dari $f(x) = 0$ melalui perhitungan yang iteratif. Rumus umum yang digunakan pada metode Newton-Raphson sebagai berikut:

$$\hat{\theta}_{k+1} = \hat{\theta}_k - \left(H(\theta_k)\right)^{-1} . S(\theta_k), \qquad k = 1, 2, \ldots. \tag{10}$$

dengan:

$\hat{\theta}_{k+1}$: estimasi parameter θ pada iterasi ke- $(k+1)$

$\hat{\theta}_k$: estimasi parameter θ pada iterasi ke t

$H(\theta_k)$: matriks turunan kedua fungsi *likelihood* atau disebut dengan matriks Hessian

$S(\theta_k)$: matriks turunan pertama dari fungsi *likelihood* dan disebut dengan fungsi *score*.

ANUITAS JIWA AWAL SEUMUR HIDUP MENGGUNAKAN DISTRIBUSI *GOMPERTZ*

Distribusi *Gompertz* pertama kali diperkenalkan oleh matematikawan Inggris Benjamin Gompertz [2]. Distribusi *Gompertz* adalah distribusi yang dapat digunakan untuk menentukan peluang hidup dan mati seseorang, serta memberikan pendekatan nilai pada anuitas jiwa awal seumur hidup. Berikut ini adalah fungsi kepadatan peluang dari distribusi *Gompertz* yaitu:

$$f\left(x\right)=Bc^{x}e^{\left\{\frac{-B}{\ln c}\left(c^{x}-1\right)\right\}} \qquad 0\le x<\omega \tag{11}$$

dengan $B>0,c>1,x>0$ parameter B mewakili tingkat kematian secara umum dan c merupakan pertumbuhan spesifik tingkat kematian. Dari fungsi kepadatan peluang pada Persamaan (11), dapat ditentukan fungsi distribusi kumulatif dari distribusi *Gompertz* sebagai berikut:

$$F\left(x\right)=1-e^{\left\{\frac{-B}{\ln c}\left(c^{x}-1\right)\right\}} \tag{12}$$

Selanjutnya menentukan fungsi survival untuk seseorang yang berusia x tahun berdasarkan distribusi *Gompertz* dengan mensubtitusikan Persamaan (12) ke Persamaan (3), yaitu:

$$s\left(x\right)=e^{\left\{\frac{-B}{\ln c}\left(c^{x}-1\right)\right\}} \tag{13}$$

Kemudian dengan mensubtitusikan Persamaan (11) dan Persamaan (13) ke Persamaan (4), sehingga diperoleh percepatan mortalita untuk seseorang yang berusia x tahun berdasarkan distribusi *Gompertz*, yaitu:

$$\mu_X = Bc^{x} \tag{14}$$

Dari percepatan mortalita berdasarkan distribusi *Gompertz* ini dapat ditentukan banyaknya seseorang yang berusia x tahun akan bertahan hidup sampai t tahun kemudian. Dengan menggunakan Persamaan (5) dan (14), diperoleh

$${}_t p_X = g^{c^{x}\left(c^{t}-1\right)} \tag{15}$$

Persamaan (15) merupakan peluang hidup seseorang yang berusia x tahun berdasarkan distribusi *Gompertz*, dengan $g=\dfrac{-B}{\ln c}$.

Nilai anuitas jiwa awal seumur hidup merupakan nilai anuitas yang dipengaruhi oleh faktor diskon dan peluang hidup seseorang yang berusia x tahun yang dinyatakan dalam satu polis asuransi jiwa. Dengan mensubstitusikan Persamaan (15) ke Persamaan (6), maka diperoleh nilai anuitas jiwa awal seumur hidup untuk seseorang yang berusia x tahun berdasarkan distribusi *Gompertz* sebagai berikut:

$$\ddot{a}_{x_G}=\sum_{t=0}^{\omega-1}v^{t}g^{c^{x}\ c^{t}-1} \tag{16}$$

Di dalam distribusi *Gompertz* ada dua parameter yang harus diestimasi, yaitu B dan c. Parameter-parameter tersebut diestimasi mengunakan metode MLE. Diketahui fungsi kepadatan peluang dari distribusi *Gompertz* seperti pada Persamaan (11) digunakan untuk membentuk persamaan *likelihood* yaitu:

$$L\ \ B,c\ =\prod_{i=1}^{n}Bc^{x_i}e^{\left\{\frac{-B}{\ln c}\ c^{x_i}-1\ \right\}} \tag{17}$$

Dengan menggunakan Persamaan (17), parameter B dan c dicari dengan memaksimumkan fungsi *likelihood* $L(B,c)$. Selanjutnya, fungsi $L(B,c)$ dimodifikasi ke dalam bentuk $\ln(L(B,c))$. Dengan memaksimumkan $\ln(L(B,c))$ akan mengakibatkan $L(B,c)$ menjadi maksimum. Sehingga Persamaan (17) menjadi sebagai berikut:

$$\ln L(B,c) = \ln\left[\left(B^n\right)\left(c^{\sum_{i=1}^{n} x_i}\right)\left(e^{\left\{\frac{-B}{\ln c}\sum_{i=1}^{n}\left(c^{x_i}-1\right)\right\}}\right)\right]$$

$$= n(\ln B) + \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)(\ln c) + \ln\left(e^{\left\{\frac{-B}{\ln c}\sum_{i=1}^{n}\left(c^{x_i}-1\right)\right\}}\right)$$

$$= n(\ln B) + (\ln c)\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right) - \frac{B}{\ln c}\sum_{i=1}^{n}\left(c^{x_i}-1\right) \tag{18}$$

Fungsi $\ln(L(B,c))$ disebut juga fungsi *log-likelihood*. Untuk memperoleh taksiran parameter B dan c, fungsi *log-likelihood* akan diturunkan sekali terhadap tiap parameter yang akan diestimasi. Hasil estimasi dapat diperoleh dengan menyelesaikan persamaan-persamaan berikut:

$$\frac{\partial \ln L\ \ B,c}{\partial B} = 0 \tag{19}$$

$$\frac{\partial \ln L\ \ B,c}{\partial c} = 0 \tag{20}$$

Diperoleh hasil turunan pertama dari Persamaan (19) dan (20), sebagai berikut:

$$\frac{\partial \ln L\ \ B,c}{\partial B} = \frac{n}{B} - \frac{1}{\ln c}\sum_{i=1}^{n}\ c^{x_i}\ -1$$

$$\frac{\partial \ln L\ \ B,c}{\partial c} = \frac{1}{c}\sum_{i=1}^{n} x_i + \frac{B}{c\ \ln c^{\ 2}}\sum_{i=1}^{n}\ c^{x_i}\ -1\ - \frac{B}{c\ \ln c}\sum_{i=1}^{n} x_i c^{x_i}$$

Berdasarkan Persamaan (19) terlihat bahwa parameter-parameter dari Persamaan (19) masih saling bergantung, sehingga sulit untuk mendapatkan solusi. Hal yang sama juga dijumpai untuk hasil turunan pada Persamaan (20). Dengan demikian untuk memperoleh nilai estimasi B dan c digunakan metode Newton-Raphson.

Jika dipilih nilai awal untuk B dan c yaitu B_0 dan c_0 dan nilai parameter berada pada kisaran $10^{-6} \le B \le 10^{-4}$ dan $1{,}10 \le c \le 1{,}12$ maka

$$\begin{pmatrix} B_0 \\ c_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}000001 \\ 1{,}10 \end{pmatrix}$$

Nilai B dan c dihitung secara secara iteratif, dengan rumus

$$\begin{pmatrix} B_{k+1} \\ c_{k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_k \\ c_k \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 L}{\partial B^2} & \frac{\partial^2 L}{\partial B \partial c} \\ \frac{\partial^2 L}{\partial c \partial B} & \frac{\partial^2 L}{\partial c^2} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \frac{\partial L}{\partial B} \\ \frac{\partial L}{\partial c} \end{pmatrix}, \quad k = 0,1,2,\ldots,n.$$

Untuk iterasi pertama diperoleh nilai B dan c yaitu

$$\begin{pmatrix} B_1 \\ c_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}0000022 \\ 1{,}09 \end{pmatrix}$$

Proses ini akan terus diulang hingga memenuhi nilai toleransi yang dikehendaki,

$$\left|B_{k+1} - B_k\right| \le \varepsilon \quad \text{dan} \quad \left|c_{k+1} - c_k\right| \le \varepsilon$$

Dengan menggunakan *software* R diperoleh hasil dari proses estimasi untuk parameter distribusi *Gompertz* yaitu $B = 0,0000006808$ dan $c = 1,118$ dengan nilai parameter berada pada kisaran $10^{-6} \le B \le 10^{-4}$ dan $1,10 \le c \le 1,12$.

APLIKASI NUMERIK

Pada bagian ini diberikan beberapa contoh permasalahan sesuai dengan rumusan masalah dalam penelitian ini. Proses perhitungan menggunakan program *Microsoft Excel* dan Tabel Mortalita Indonesia 2011 yang wanita. Pada contoh kasus ini diberikan perhitungan nilai anuitas jiwa seumur hidup pembayaran sekali dalam setahun. Kemudian dilanjutkan dengan penentuan nilai anuitas jiwa seumur hidup berdasarkan distribusi *Gompertz*. Penentuan nilai anuitas yang diberikan berdasarkan usia yang berbeda dan tingkat suku bunga yang berbeda.

Contoh kasus pertama, seorang wanita yang berusia 30 tahun mengikuti program asuransi jiwa seumur hidup dengan tingkat suku bunga yang diberikan oleh perusahaan asuransi kepada peserta asuransi adalah 7,5%. Besar pembayaran premi yang dilakukan tiap tahun oleh peserta asuransi yakni sebesar Rp 3.000.000. Tentukan nilai anuitas jiwa awal seumur hidup dengan pembayaran premi yang dilakukan sekali dalam setahun berdasarkan distribusi *Gompertz*.

Langkah pertama dalam perhitungan nilai anuitas jiwa awal seumur hidup dengan pembayaran tahunan adalah menentukan faktor diskon (v), yaitu:

$$\begin{aligned} v &= \frac{1}{1+i} \\ &= \frac{1}{1+0,075} = 0,93023 \end{aligned}$$

Kemudian dapat ditentukan nilai anuitas jiwa awal seumur hidup dengan pembayaran premi sekali dalam setahun adalah

$$\begin{aligned} \ddot{a}_{30_K} &= \frac{N_{30}}{D_{30}} \\ &= \frac{154373,99029}{11271,54923} \\ &= 13,69590 \end{aligned}$$

Jika pembayaran premi sebesar Rp 3.000.000 maka nilai anuitas jiwa awal seumur hidup dengan pembayaran premi sekali dalam setahun diperoleh

$$\begin{aligned} P\ddot{a}_{30} &= \text{Rp. } 3.000.000,\text{-} \times 13,69590 \\ &= \text{Rp. } 40.394.198,\text{-} \end{aligned}$$

Selanjutnya ditentukan nilai anuitas jiwa awal seumur hidup untuk pembayaran tahunan berdasarkan distribusi *Gompertz*. Hasil estimasi parameter-parameter pada distribusi *Gompertz* menggunakan metode MLE berdasarkan TMI 2011 yang wanita diperoleh $B = 0,0000006808$ dan $c = 1,118$ dengan nilai parameter berada pada kisaran $10^{-6} \le B \le 10^{-4}$ dan $1,10 \le c \le 1,12$. Sehingga diperoleh nilai anuitas jiwa awal seumur hidup berdasarkan distribusi *Gompertz* diperoleh:

$$\begin{aligned} \ddot{a}_{30_G} &= \sum_{t=0}^{\omega} v^t g^{c^x\left(c^t-1\right)} \\ &= v^0 g^{\left(c^{30}\right)\left(c^0-1\right)} + v^1 g^{\left(c^{30}\right)\left(c^1-1\right)} + v^2 g^{\left(c^{30}\right)\left(c^2-1\right)} + \ldots + v^{81} g^{\left(c^{30}\right)\left(c^{81}-1\right)} \\ &= \left(1 \times 1\right) + \left(0,93023 \times 0,99998\right) + \ldots + \left(0,00286 \times 0,23366\right) \\ &= 1 + 0,93021 + \ldots + 0,00066 \\ &= 14,21013 \end{aligned}$$

Secara lengkap perhitungan nilai anuitas jiwa awal seumur hidup berdasarkan distribusi *Gompertz* dengan pembayaran tahunan untuk usia 30 tahun dilampirkan pada Tabel 1 di bawah ini:

Tabel 1 Nilai Anuitas Awal Seumur Hidup dengan Pembayaran Premi Tahunan Berdasarkan Distribusi *Gompertz* untuk Usia 30 Tahun Sebesar Rp. 1,-

t	v^t	$g^{c^x\left(c^t-1\right)}$	$v^t g^{c^x\left(c^t-1\right)}$
0	1,00000	1,00000	1,00000
1	0,93023	0,99998	0,93021
2	0,86533	0,99996	0,86529
3	0,80495	0,99993	0,80490
4	0,74879	0,99990	0,74872
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
81	0,00286	0,23366	0,00067
Jumlah			14,21013

Jika pembayaran premi sebesar Rp 3.000.000 maka nilai anuitas jiwa awal seumur hidup berdasarkan distribusi *Gompertz* dengan pembayaran premi sekali dalam setahun diperoleh

$$P\ddot{a}_{30} = \text{Rp. } 3.000.000,\text{-} \times 14,21013$$
$$= \text{Rp. } 42.630.394,\text{-}$$

Secara analog, perhitungan nilai anuitas jiwa awal seumur hidup untuk usia yang berbeda berdasarkan distribusi *Gompertz* disajikan dalam Tabel 2 berikut:

Tabel 2 Nilai Anuitas Awal Seumur Hidup dengan Tingkat Bunga 7,5% dan Pembayaran Premi Tahunan Sebesar Rp. 3.000.000,- Berdasarkan Distribusi *Gompertz*

x	$\ddot{a}_{x_G}$
30	Rp. 42.630.394,-
35	Rp. 42.476.355,-
40	Rp. 42.259.857,-
45	Rp. 41.957.091,-
50	Rp. 41.536.308,-
55	Rp. 40.956.046,-
60	Rp. 40.163.626,-
65	Rp. 39.094.623,-
70	Rp. 37.674.378,-

Tabel 2 menunjukkan bahwa, jika pada usia yang berbeda dengan tingkat suku bunga yang sama, maka semakin tua usia seseorang nilai anuitas akan semakin kecil.

Pada perhitungan selanjutnya, akan ditentukan nilai anuitas berdasarkan tingkat suku bunga yang berbeda. Tingkat suku bunga yang digunakan berdasarkan BI Rate dari tanggal 12 September 2013 sampai dengan 17 November 2015 yaitu 7,25%, 7,50% dan 7,75%. Secara lengkap perhitungan nilai anuitas untuk setiap masing-masing usia disajikan dalam Tabel 3 berikut ini:

Tabel 3 Nilai Anuitas Awal Seumur Hidup dengan dengan Pembayaran Premi Tahunan Sebesar Rp. 3.000.000,- dengan Tingkat Bunga yang Berbeda Berdasarkan Distribusi *Gompertz*

x	i = 7,25%	i = 7,50%	i = 7,75%
30	Rp. 43.945.274,-	Rp. 42.630.394,-	Rp. 41.393.619,-
35	Rp. 43.770.117,-	Rp. 42.476.355,-	Rp. 41.257.876,-
40	Rp. 43.526.329,-	Rp. 42.259.857,-	Rp. 41.065.258,-
45	Rp. 43.188.633,-	Rp. 41.957.091,-	Rp. 40.793.356,-
50	Rp. 42.723.644,-	Rp. 41.536.308,-	Rp. 40.412.014,-
55	Rp. 42.088.176,-	Rp. 40.956.046,-	Rp. 39.881.468,-
60	Rp. 41.227.917,-	Rp. 40.163.626,-	Rp. 39.150.711,-
65	Rp. 40.077.146,-	Rp. 39.094.623,-	Rp. 38.156.702,-
70	Rp. 38.560.635,-	Rp. 37.674.378,-	Rp. 36.825.528,-

Tabel 3 menunjukkan nilai anuitas dengan pembayaran premi yang dilakukan sekali dalam setahun sebesar Rp. 3.000.000,-. Nilai anuitas yang diberikan adalah untuk usia yang sama dengan tingkat suku bunga yang berbeda, sehingga dari Tabel 3 diperoleh semakin besar tingkat suku bunga nilai anuitasnya semakin kecil dan semakin tua usia seseorang maka nilai anuitasnya juga semakin kecil.

SIMPULAN

Penentuan nilai anuitas jiwa awal seumur hidup menggunakan distribusi *Gompertz* dipengaruhi oleh parameter-parameter pada distribusi *Gompertz*, faktor diskon dan usia seseorang. Nilai anuitas dengan distribusi *Gompertz* memberikan pendekatan penilaian pada anuitas jiwa awal seumur hidup secara umum. Pada anuitas jiwa awal seumur hidup dengan distribusi *Gompertz* memberikan penilaian bahwa semakin tua usia seseorang, maka nilai anuitasnya akan semakin kecil. Selain itu, semakin tinggi tingkat suku bunga yang digunakan maka nilai anuitas akan semakin kecil.

DAFTAR PUSTAKA

[1]. Futami, T. *Matematika Asuransi Jiwa, Bagian 1*. Terj. dari *Seimei Hoken Sugaku, Jokan (“92 Revision)* oleh Herliyanto G. Penerbit Incorporated Foundation Oriental Life Insurance Cultural Development Center. Japan;1993.

[2]. Bowers N.L, Geerber H.U, Hickman J.C, Jones D.A dan Nesbitt C.J. *Actuarial Mathematics*. Society of Actuaries. Schaumhurg;1986.

[3]. Dickson D.C.M, Hardy M.R dan Waters H.R. *Actuarial Mathematics for Life Contingent Risks*. Cambridge University Pres. New York;2009.

[4]. Sembiring R.K. *Buku Materi Pokok Asuransi 1*. Modul ke 1-5, Karunika. Universitas Terbuka. Jakarta;1986.

[5]. Myung, J.I. Tutorial on Maximum Likelihood Estimation. *Journal of Mathematical Psycology*, Ohio State University, USA.

SITI FATIMAH : FMIPA Untan Pontianak, Utin.fatma@gmail.com
NEVA SATYAHADEWI : FMIPA Untan Pontianak, neva.satya@math.untan.ac.id
SHANTIKA MARTHA : FMIPA Untan Pontianak, shantika.martha@gmail.com